



سُلم تصحيح مادّة الرياضيات

لشهادة الدراسة الثانوية العامة

الفرع العلمي

دورة عام 2022

## ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	<u>السؤال الأول</u>	قراءة جدول التغيرات
2	<u>السؤال الثاني</u>	أشعة
3	<u>السؤال الثالث</u>	احتمالات
4	<u>السؤال الرابع</u>	المقارب المائل
5	<u>السؤال الخامس</u>	تحليل توافقي
6	<u>السؤال السادس</u>	التابع الكسري
7	<u>السؤال السابع/ التمرين الأول</u>	متتاليات
8	<u>السؤال الثامن/ التمرين الثاني</u>	الاستمرار وقابلية الاشتقاق
9	<u>السؤال التاسع/ التمرين الثالث</u>	عقدية
10	<u>السؤال العاشر / المسألة الأولى</u>	مسألة الهندسة التحليلية
11	<u>السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية</u>	مسألة التحليل

- 2- في الأسئلة الاختيارية في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحح أول خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)
- 3- تُحذف (درجة واحدة) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.
- 4- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .
- 5- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .
- 6- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلم بشرط ألا يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .
- 7- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلم ومبرراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية.
- 8- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.
- 9- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح حلوله كافة وتعتمد الدرجة الأعلى.
- 10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال) العبارة الآتية: (صفر للسؤال.... لأنه؛ بلا إجابة)
- 11- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)
- 12- تُسجّل الدرجات التي يستحقّها الطالب عن طلبات السؤال ومراحل (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

**مثال ذلك :** الأحاد العشرات المئات

1 1 2

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل جانباً جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  خطه البياني  $C$ . المطلوب:

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$-\infty$	$+\infty$ ↘ 0 ↗	$+\infty$

1- جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

2- اكتب معادلة كلٍّ من مقارب أفقي أو شاقولي للخط  $C$ .

3- ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$  ؟  $f'(x) < 0$  ما هي حلول المتراجحة ؟

الملاحظات	الدرجة	الإجابة	
	5+5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	1
	5	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$	
	5	معادلة المقارب الشاقولي $x = 1$	2
	5	معادلة المقارب الأفقي $y = 2$	
1- إذا كتب حل المتراجحة $[-\infty, 2]$ [ يخسر 5 درجات	5	حلان	3
2- إذا كتب حل المتراجحة $[-\infty, 2]$ [ يخسر 10 درجات	10	حلول المتراجحة	4
	40	المجموع	

السؤال الثاني: في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقاط  $A(2,0,0)$  ،  $B(0,1,0)$  ،  $C(0,0,1)$ . المطلوب:

1- احسب  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  ، واستنتج  $\cos(\widehat{BAC})$ .

2- إذا كانت النقطة  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$ ، عيّن مجموعة النقاط  $M$  من الفراغ التي تحقق العلاقة:

$$\|2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{AB}\|$$

الملاحظات	الدرجة	الإجابة	
إذا اخطأ الطالب في أي مركبة بالأشعة يخسر درجة واحدة			
طريقة ثانيه لحساب $\cos(\widehat{BAC})$	3+3	ايجاد $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$	
حساب $AB, AC, BC$	3+4	قانون الجداء السلمي + التعويض و الناتج	
بفرض $N$ منتصف $[BC]$	4+4	حساب $\ \overrightarrow{AB}\ $ ، $\ \overrightarrow{AC}\ $	
حساب $\cos(\widehat{NBA})$ او $\sin(\widehat{NBA})$	2+3+4	قانون $\cos(\widehat{BAC})$ + تعويض + نتيجة	
	4	اختزال الأشعة	
$\cos(\widehat{BAC}) = 2\cos^2(\widehat{BAN}) - 1$ او $\cos(\widehat{BAC}) = 1 - 2\sin^2(\widehat{BAN})$	2+2+2	$M$ ترسم كرة - مركزها $G$ - نصف قطرها $\frac{1}{6}AB$	2
تعويض + النتيجة	2		
طريقه ثالثه	40	المجموع	
علاقة الكاشي	4		
حساب $AB, AC, BC$	2+2+2		
التعويض بعلاقة كاشي	4		
الوصول الى $\cos \hat{A} = \frac{4}{5}$	3		

**السؤال الثالث:** صندوق يحتوي كرتين زرقاوين وكرة حمراء واحدة، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق، ثم نضيف كرتين من اللون ذاته إلى الصندوق، ثم نسحب مجدداً كرة من الصندوق.  
الحدث  $R_1$  الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون، الحدث  $R_2$  الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون.  
**المطلوب:** 1- أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة واحسب احتمال الحدث  $R_2$ .  
2- إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى زرقاء؟

الملاحظات	الدرجة	الإجابة
1- لكل احتمال 4 درجات	4×6 3+3 2	التمثيل الشجري ستة فروع حساب احتمال حدث سحب الكرة الثانية حمراء النتيجة
2- إذا عكس الطالب الاحتمالات يخسر درجة واحدة لكلٍ منها.	3 2+3	قانون الاحتمال الشرطي التعويض + النتيجة
	<b>40</b>	<b>مجموع</b>

**السؤال الرابع:** ليكن  $f$  تابعاً معرفاً على المجال  $]0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = x + 1 + \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$ .

**المطلوب:** أثبت أن المستقيم الذي معادلته  $y = x + 1$  مقارب مائل للخط البياني للتابع  $f$  عند  $+\infty$ .

الملاحظات	الدرجة	الإجابة
إذا كتب الطالب $0 \leq \sin x \leq 1$ أو $-1 \leq \sin x \leq 0$ يخسر 5 درجات	5	$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - y_d) = 0$
	5	حساب $f(x) - y_d$
	5	حصر $\sin x$
	5+5	الوصول إلى حصر الفرق
	5+5	حساب النهاية لطرفي المتراحة
	5	الوصول إلى النتيجة بحسب مبرهنة الإحاطة
	<b>40</b>	<b>مجموع</b>

**السؤال الخامس:** نملاً عشوائياً كل خانة من الخانات الستة الآتية بأحد العددين  $+1$  أو  $-1$ . **المطلوب:**

--	--	--	--	--	--

- بكم طريقة يمكن أن نملاً الخانات الستة.
- بفرض  $X$  متحول عشوائي يدل على مجموع الأعداد في الخانات الستة بعد ملئها، عيّن مجموعة قيم  $X$ .
- بكم طريقة يمكن ملء الخانات الستة ليكون مجموع الأعداد فيها يساوي الصفر.

الملاحظات	الدرجة	الإجابة
1- إذا كتب الطالب $2^6$ أو $64$ ينال 15 درجة	15	$2^6 = 64$
2- طريقة ثانية لعدد الطرائق	7×2	$X(\Omega) = \{-6, -4, -2, 0, 2, 4, 6\}$
برنولي + الناتج	3+4+4	التوافيق + تعويض + نتيجة
4+4		
3	<b>40</b>	<b>مجموع</b>

**السؤال السادس:** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  وفق:  $f(x) = ax + \frac{b}{x+1}$  **والمطلوب:**

عيّن العددين  $a$  و  $b$  ليمر الخط البياني للتابع بالنقطة  $(0, 3)$  ويكون ميل المماس في هذه النقطة  $f'(0) = 4$ .

الملاحظات	الدرجة	الإجابة
	5	التعويض بالنقطة
	5	إيجاد $b$
	5+5+5	إيجاد المشتق (كثير حدود + الكسر) + النتيجة
	5	حساب $f'(0)$
	5	الوصول إلى علاقة بين $a$ و $b$
	5	حساب قيمة $a$
	<b>40</b>	<b>مجموع</b>

- ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: ( 70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني - 60 درجة للتمرين الثالث )
- السؤال السابع - التمرين الأول : نعزف المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  وفق:  $u_0 = \frac{5}{2}$  ,  $u_{n+1} = u_n^2 - 4u_n + 6$  , المطلوب:
- 1- أثبت مستعملاً البرهان بالتدرج أن  $2 \leq u_n \leq 3$  أيًا كان العدد الطبيعي  $n$ .
  - 2- أثبت أن  $u_{n+1} - u_n = (u_n - 3)(u_n - 2)$ .
  - 3- استنتج أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متناقصة.
  - 4- بين أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متقاربة واحسب نهايتها.

الملاحظات : $x > 0$ $f(x) = \frac{1}{x} = \ln x$		الدرجة	الإجابة
طريقة ثنائية لبرهان $E(n+1)$			1
5	الإتمام الى مربع كامل	للإثبات	ترميز القضية $E(n)$ ، إثبات $E(0)$
5	إضافة 2- للمتراحة	5	نفترض صحة $E(n)$ ونثبت صحة $E(n+1)$
5	التربيع	5	افتراض التابع + مشتق
5	إضافة 2	5+5	إثبات الاطراد على $[2, +\infty[$ او $[2, 3]$
5	الوصل الي $E(n+1)$	2+3	إيجاد صورة أطراف المتراحة الصحيحة
5	$E(n+1)$ محققة ومنه $E(n)$ صحيحة	5	الوصول الى صحة $E(n+1)$
طريقة ثانية لبرهان الاطراد		5	$E(n+1)$ محققة ومنه $E(n)$ صحيحة
5	الوصول $u_1 < u_0$	5	الوصول إلى تحليل $u_{n+1} - u_n$
3	$u_{n+1} < u_n$	5+5	معرفة إشارة جداء القوسين + إشارة الفرق
3	$f(u_{n+1}) < f(u_n)$ متزايد $f$	5	استنتاج تقارب المتتالية
4	$u_{n+2} < u_{n+1}$	5	حل المعادلة $f(x) = x$
إذا كتب الطالب نهايتان للمتتالية يخسر 5 درجات		5	نتائج النهاية
		70	المجموع

- السؤال الثامن - التمرين الثاني: ليكن  $f$  تابعاً معرفاً على  $[0, +\infty[$  وفق:
- 1- أثبت أن  $f$  مستمر عند الصفر.
  - 2- ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر وفسر النتيجة التي حصلت عليها هندسياً.
  - 3- بين أن الخط البياني  $C$  للتابع  $f$  يقبل مقارباً أفقياً عند  $+\infty$  جد معادلته.
  - 4- اكتب معادلة المماس للخط  $C$  في نقطة منه فاصلتها (1) واستعمل التقريب التآلفي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد  $f(1.1)$ .

السؤال	رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
الثامن	1	القانون	5		
		نهاية التابع عند الصفر	5		
		$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$	5		
	2	$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$	5		- إذا عبّر عن التفسير الهندسي بالرسم ينال الدرجة المخصصة
		التعويض	5		
		إثبات أن النهاية عدد حقيقي	5		
		اشتقائي عند الصفر	2		-إذا كتب ميل المماس للمنحني معدوم ينال
		يقبل مماس أفقي عند الصفر	3		الدرجات المخصصة
	3	إخراج $x$ من المقام	5		
		الاختزال	5		
النهاية + المقارب الأفقي		5			
4	$f(1)$ , $f'(x)$ , $f'(1)$	3+5+2		إذا عوّض مباشرة في معادلة المماس ينال	
	معادلة المماس	5		الدرجات المخصصة	
	دستور التقريب التآلفي	3			
	النتيجة والتعويض	2		للتقريب	
		مجموع	70		

السؤال التاسع - التمرين الثالث: جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي  $\omega = -3 + 4i$  ، ثم حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة:

$$z^2 + 2(1+i)z + i + \frac{3}{4} = 0$$

الملاحظات		الدرجة	الإجابة	رقم الخطوة	السؤال
طريقة ثانية				1	التاسع
5	$z^2 + 2(1+i)z + (1+i)^2 + i + \frac{3}{4} = (1+i)^2$	5+5+5	تشكيل المعادلات الثلاث		
5	$(z + 1+i)^2 - \frac{1}{4}(-3+4i) = 0$	3+2	إيجاد $x_1, y_1$	2	
5	$(z + 1+i)^2 - [\frac{1}{2}(1+2i)]^2 = 0$	3+2	إيجاد $x_2, y_2$	3	
		5+5	إيجاد الجذرين	4	
5+5	الوصول الى $z_1, z_2$	5+5+5	قانون $\Delta$ ، التعويض ، نتيجة		
إذا حل الطالب المعادلة وتوصل الى $\Delta$ ثم أوجد جذره وتابع في حل المعادلة ينال درجة الطلب الأول كاملة		2+3	حساب $z_1$ : تعويض + نتيجة		
		2+3	حساب $z_2$ : تعويض + نتيجة		
		60	مجموع		

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر: المسألة الأولى:

في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقطة  $A(1,1,2)$  والمستويان  $P$  و  $Q$ :  
 $P: x - y + 2z - 1 = 0$  : المطلوب  
 $Q: 2x + y + z + 1 = 0$

- 1- أثبت أن المستويين  $P$  و  $Q$  متقاطعان بفصل مشترك  $d$ .
- 2- اكتب التمثيل الوسيط للمستقيم  $d$ .
- 3- اكتب معادلة للمستوي  $R$  المار من  $A$  ويعامد كلاً من المستويين  $P$  و  $Q$ .
- 4- جد إحداثيات النقطة  $B$  الناتجة من تقاطع المستقيم  $d$  والمستوي  $R$ .
- 5- احسب بعد النقطة  $A$  عن المستقيم  $d$ .
- 6- اكتب معادلة الكرة  $S$  التي مركزها النقطة  $A$  وتمس المستوي  $Q$ .

السؤال	رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
العاشر	1	إيجاد $\vec{n}_Q, \vec{n}_P$	5+5	يمكن كتابة المعادلة بأحد الأسلوبين $a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$ $ax + by + cz + d = 0$
		عدم تناسب المركبات	3	
		$Q, P$ متقاطعان	2	
	2	حلّ المعادلتين الوصول إلى متحول بدلالة الآخر	5	
		فرض أحد المتحولات وسيط ما	5+5	
	3	استنتاج المتحولين الآخرين	5	
		كتابة المعادلات الوسيطة للمستقيم	5	
		معرفة $\vec{n}_R$	5	
	4	معادلة المستوي بدلالة $d$	5	
		حساب $d$	3	
		كتابة معادلة المستوي	2	
	5	تعويض المعادلات الوسيطة في معادلة المستوي	6	
		إيجاد الوسيط	3	
		إيجاد النقطة $B(x_B, y_B, z_B)$	2+2+2	
11	5	حساب $\vec{AA}'$ وسيطياً	3	طريقة 2: حساب $AB +$ النتيجة طريقة 3: حساب المسافة عن طريق وسيط وكتابة تابع ثم دراسة اطرافه و استنتاج البعد
		تطبيق الجداء السلمي $\vec{AA}' \cdot \vec{u} = 0$	3+3	
		حساب الوسيط + التعويض + إيجاد المسقط	3+3+2	
	حساب نظيم $\vec{AA}'$	3		
	6	معرفة $R$ ، قانون البعد، حساب البعد	3+3+3	
قانون الكرة، التعويض في معادلة الكرة		3+3		
		المجموع	100	

طريقة ثانية: معادلة للمستوي

إذا كتب الطالب عبارة خطية  $\vec{AM} = \alpha \vec{n}_P + \beta \vec{n}_R$  3 درجات

تعويض 3 درجات

الوصول إلى ثلاث معادلات بدلالة  $\vec{AM} = \alpha \vec{n}_P + \beta \vec{n}_R$  3 درجات

حل المعادلات 3 درجات

الوصول لمعادلة للمستوي 3 درجات

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(x) = e^{-2x} + 2x - 2$  . المطلوب :

- 1- احسب نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه.
- 2- بيّن أنّ المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = 2x - 2$  مقارب مائل للخط  $C$  عند  $+\infty$  وادرس الوضع النسبي للخط  $C$  و  $\Delta$  .
- 3- ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظّم جدولاً بها، ثمّ بيّن أن المعادلة  $f(x) = 0$  جذرين في  $\mathbb{R}$  أحدهما ينتمي إلى المجال  $[-1, 0]$  .
- 4- ارسم  $\Delta$  و  $C$  ، ثمّ احسب مساحة السطح المحصور بين محور الترتيب و  $C$  و  $\Delta$  والمستقيم  $x = 1$  .
- 5- استنتج الخط البياني  $C'$  للتابع  $g$  المعرّف على  $\mathbb{R}$  وفق:  $g: x \mapsto -e^{2x} + 2x + 2$  .

السؤال	رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
الحادي عشر	1	حساب النهاية $+\infty$	5		
		إزالة عدم التعيين عند $-\infty$ وإيجاد النهاية	5+5		
	2	تابع الفرق + حساب النهاية $f(x) - y_{\Delta}$ ( قانون + ناتج )	3+3		
		دراسة الإشارة $f(x) - y_{\Delta}$ ، $C$ فوق $\Delta$	3+3		
	3	إيجاد المشتق	5		
		قيمة $x$ التي تعدم المشتق + الصورة	3+3		
		الجدول إشارة+ إشارة+ سهم+ سهم	4 X4		
			استمرار وتناقص التابع على مجال $I$	2	
			انتماء الصفر الى صورة المجال $I$	2	
			استنتاج وجود جذر	2	
			استمرار وتزايد التابع على مجال $J$	2	
			انتماء الصفر الى صورة المجال $J$	2	
			استنتاج وجود جذر	2	
			$f(0)$ ، $f(-1)$	2+2	
			الوصول $f(-1), f(0) < 0$	2	
		4	رسم $C$ + رسم $\Delta$	5+5	
			قانون التكامل + حدا التكامل	2+3	
إيجاد التابع الأصلي			3		
تعويض + نتيجة			2+2		
	5	معرفة $g(x) = -f(-x)$	3		
		او تناظر بالنسبة الى مبدأ الاحداثيات	3		
		او بطريقة الرسم			
		المجموع	100		

- انتهى السّلم -